Historie zavedení komplexních čísel

Krátce před polovinou 16. století vstoupila do matematiky při řešení algebraických rovnic komplexní čísla. Trvalo však ještě zhruba tři století, než došlo jejich plnému uznání, všeobecnému rozšíření a k pochopení jejich geometrické interpretace.

Gerolamo Cardano a Rafael Bombelli

Komplexní čísla se poprvé objevila roku 1545 v knize **Ars magna**, v níž byla zveřejněna metoda algebraického řešení rovnic třetího a čtvrtého stupně. Její autor, italský učenec Gerolamo Cardano (1501 – 1576), je uvedl na scénu v této úloze:

Je-li třeba rozdělit 10 na dvě části, jejichž součin je 30 nebo 40, je jasné, že tento případ je nemožný. Budeme však postupovat takto: rozdělíme 10 napůl, polovina bude 5; to vynásobeno samo sebou dá 25. Potom odečteme od 25 požadovaný součin, řekněme 40, zůstane (−15); vezmeme-li z toho odmocninu a přidáme k 5 a odečteme od 5, vyjdou veličiny, které vynásobeny mezi sebou dají 40. Tyto veličiny budou $\left(5+\sqrt{-15}\right)$ *a* $\left(5-\sqrt{-15}\right)$ *Uvedený příklad vede na kvadratickou rovnici* $x\,.\,(10-x)=40$.

Hlavním motivem pro intenzivní zkoumání komplexních čísel byl tzv. *casus irreducibilis* – tj. případ, kdy má kubická rovnice tři reálné kořeny a kdy se v Cardanově vzorci vyskytují odmocniny ze záporného čísla. G. Cardano si však při studiu kubických rovnic uvědomil, že ke komplexním číslům lze dospět již u rovnic kvadratických; tato myšlenka se neobjevila po celá tři tisíciletí, během nichž byly úlohy vedoucí na kvadratické rovnice řešeny.

Další italský matematik Rafael Bombelli (1526 – 1572) dospěl ve své inspirativní knize **L'Algebra parte maggiore dell'Aritmetica** z roku 1572 při počítání s komplexními čísly podstatně dále než G. Cardano. Usoudil, že odmocněním záporného čísla nemůžeme dostat ani kladné, ani záporné číslo; napsal tedy před odmocninu z absolutní hodnoty tohoto čísla *pi`u di meno*, když ji přičítal, resp. *meno di meno*, když ji odčítal – nejednalo se o nic jiného než o slovní označení pro pozdější symbol i, resp. −i. Pro počítání s takovýmito čísly formuloval v první části své knihy osm pravidel pro práci s komplexní jednotkou:

$$(+1)(+\mathrm{i})=+\mathrm{i}\,,\quad (-1)(+\mathrm{i})=-\mathrm{i}\,,\quad (+1)(-\mathrm{i})=-\mathrm{i}\,,\quad (-1)(-\mathrm{i})=+\mathrm{i}\,,$$

$$(+\mathrm{i})(+\mathrm{i})=-1\,,\quad (+\mathrm{i})(-\mathrm{i})=+1\,,\quad (-\mathrm{i})(+\mathrm{i})=+1\,,\quad (-\mathrm{i})(-\mathrm{i})=-1\,.$$

R. Bombelli zkoumal Cardanův vzorec, velkou pozornost věnoval situaci, kdy nastane casus irreducibilis. Pokoušel se počítat třetí odmocniny komplexních čísel; ty totiž figurují v Cardanově vzorci, pokud nastává casus irreducibilis. Zjistil přitom, že třetí odmocniny komplexně sdružených čísel jsou opět komplexně sdružená čísla.

Komplexní čísla v 17. a 18. století

V 17. století pracovalo s komplexními čísly stále více matematiků. Jedním z nich byl Albert Girard (1595 – 1632, který jako jeden z prvních vyslovil tzv. základní větu algebry.

Francouzský matematik a filozof René Descartes (1596 – 1650) sehrál významnou roli i při rozšiřování číselných oborů. Často pracoval se zápornými čísly, i když ani pro něho ještě nebyla zcela rovnocenná číslům kladným, a s komplexními čísly, která nazýval imaginaire.

Anglický matematik a teolog John Wallis (1616 – 1703), profesor oxfordské univerzity, věnoval velkou pozornost otázkám číselných interpretaci. J. Wallis uznával záporná čísla, kladná a záporná čísla interpretoval pomocí pohybů na opačné strany, o uspořádání číselné osy však ještě neměl zcela jasnou představu. Jako první naznačil smysluplnou geometrickou interpretaci imaginárních čísel.

S komplexními čísly rovněž pracovali Isaac Newton (1643 – 1727), Johann Bernoulli (1667 – 1748), Abraham de Moivre (1667 – 1754) a další matematici.

Jejich rozpaky vyplývající z neujasněné podstaty komplexních čísel můžeme snadno dokumentovat např. názorem Gottfrieda Wilhelma Leibnize (1646 – 1716), který roku 1675 napsal Christiaanu Huygensovi (1629 – 1695), že tato "podivná čísla" jsou divem analýzy, netvorem světa idejí a obojživelníkem mezi bytím a nebytím.

V 18. století pracoval s komplexními čísly zejména Leonhard Euler (1707 – 1783), který roku 1777 použil prvního písmene slova imaginaire pro označení komplexní jednotky, ve vytištěné podobě se toto označení objevilo až roku 1794. Zdá se téměř jisté, že již v padesátých letech 18. století chápal komplexní číslo $x + yi$ jako bod roviny s kartézskými souřadnicemi x, y; nikde to však výslovně nenapsal. Komplexní čísla vyjadřoval i v goniometrickém tvaru.

Eulerovy práce postupně vedly k rozvoji teorie funkcí komplexní proměnné. Této problematice se věnoval např. Eulerův současník Jean-Baptist le Rond d'Alembert (1717 – 1783). Koncem 18. století se komplexní čísla již hojně a s úspěchem užívala v matematické analýze, např. při řešení lineárních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty, při výpočtech integrálů i v různých aplikacích. Přesto ještě stále nebylo jasné, jak se na komplexní čísla dívat, jak si je představit.

Ke geometrické interpretaci komplexních čísel dospěl jako první norský kartograf a geodet Caspar Wessel (1745 – 1818), který úspěšně spolupracoval s Dánskou akademií věd. Ve svých pracech rozpracoval základy vektorového počtu v rovině a v prostoru jako analytický aparát pro řešení geodetických úloh. Zavedl imaginární osu kolmou k ose reálné, vektory roviny reprezentoval komplexními čísly a operace s vektory prováděl pomocí operací s komplexními čísly. Pro komplexní jednotku užíval symbol ε. Dospěl rovněž ke goniometrickému vyjádření komplexního čísla a k Moivreově větě, svůj aparát aplikoval i v řadě úloh o sférických mnohoúhelnících. Geometrická interpretace komplexních čísel a jejich operací byla jen jedním aspektem jeho práce.

Komplexní čísla na počátku 19. století

V první čtvrtině 19. století rozvíjelo geometrické představy o komplexních číslech několik matematiků. Jedním z nich byl francouzský matematik a fyzik Lazare Nicolas Marquerite Carnot (1753 – 1823), který na počátku 19. století vydal knihy, v nichž diskutoval problematiku záporných a komplexních čísel (pochází od něho termín komplexní číslo).

Gaussova rovina

Ke geometrické interpretaci komplexních čísel jako bodů roviny dospěl na přelomu 18. a 19. století Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855). Geometrických představ o komplexních číslech využil již ve své disertační práci z roku 1799 při důkazu základní věty algebry. Jejich geometrickou interpretaci podal později ve své práci Theoria residuorum biquadraticorum. Commentatio secunda z roku 1831.

Pod výrazným Gaussovým vlivem postupně došlo k všeobecnému rozšíření představy o komplexních číslech jako bodech roviny; proto se později ujal termín Gaussova rovina. Komplexní čísla přestala mít tajuplný charakter, jejich sčítání a násobení získalo výrazný geometrický smysl (vektorový rovnoběžník, rotace).